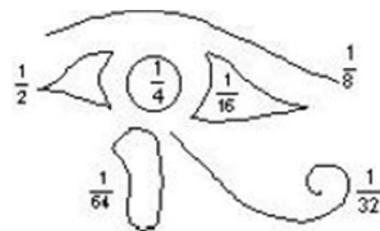


Effectuer une séquence de calculs avec des fractions	☹	☺	☺	☺☺
Résoudre un problème avec des fractions	☹	☺	☺	☺☺
Calculer une expression littérale	☹	☺	☺	☺☺

**EXERCICE 1** L'œil Oudjat

A propos des fractions égyptiennes, il existe un épisode sanglant de la mythologie : Au cours d'un combat Seth (Dieu de la violence) arracha un œil à son neveu Horus (Dieu à tête de faucon et à corps d'homme). Il le partagea en 6 morceaux et le jeta dans le Nil. Cet œil est appelé Oudjat. Les six morceaux sont la petite pyramide  $\frac{1}{2}$ , le Soleil  $\frac{1}{4}$ , la grande pyramide  $\frac{1}{16}$ , la ligne de sol  $\frac{1}{8}$ , le bloc poussé par l'égyptien  $\frac{1}{64}$  et la ligne recourbée  $\frac{1}{32}$ . Thot (Dieu humain) reconstitua l'œil, symbole du bien contre le mal mais la somme de ces parts n'était pas égale à 1 (l'œil entier). Il accordait le 64<sup>ème</sup> manquant à tout scribe recherchant et acceptant sa protection.



Calculer la somme A des fractions de l'œil Oudjat.

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$

On choisit le même dénominateur commun soit 64

$$= \frac{1 \times 32}{2 \times 32} + \frac{1 \times 16}{4 \times 16} + \frac{1 \times 8}{8 \times 8} + \frac{1 \times 4}{16 \times 4} + \frac{1 \times 2}{32 \times 2} + \frac{1}{64}$$

$$= \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} + \frac{4}{64} + \frac{2}{64} + \frac{1}{64} = \frac{32+16+8+4+2+1}{64}$$

$$= \frac{63}{64}$$

La somme A des fractions de l'œil d'Oudjat est  $\frac{63}{64}$

**EXERCICE 2** La conjecture d'Erdős-Graus

La conjecture des mathématiciens Pavel Erdős et E.G. Graus prétend que toute fraction de numérateur 4 peut s'écrire sous la forme d'une somme de trois fractions égyptiennes distinctes. Autrement dit, pour tout nombre entier  $n$  supérieur à 1, il existe trois entiers  $a$ ,  $b$  et  $c$  distincts tels que :  $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ . Cette conjecture a été vérifiée pour tous les entiers inférieurs à 1 014 mais reste à démontrer.

1. Vérifier la conjecture pour  $n = 5$ ,  $a = 2$ ,  $b = 5$  et  $c = 10$ .

$$1) n=5 \text{ donc } \frac{4}{n} = \frac{4}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} a=2 \\ b=5 \\ c=10 \end{array} \right\} \text{ donc } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{5}{5 \times 2} + \frac{2}{5 \times 2} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{5+2+1}{10} = \frac{8}{10}$$

$$\boxed{\text{donc la conjecture est vérifiée.}} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{5}$$

2. Vérifier la conjecture pour  $n = 17$ ,  $a = 6$ ,  $b = 17$  et  $c = 102$ .

$$\left. \begin{array}{l} a=6 \\ b=17 \\ c=102 \end{array} \right\} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{102}$$

$$= \frac{17}{17 \times 6} + \frac{6}{6 \times 17} + \frac{1}{102}$$

$$= \frac{17+6+1}{102} = \frac{24}{102}$$

$$= \frac{12}{51} = \frac{4 \times 3}{17 \times 3} = \frac{4}{17}$$

La conjecture est vérifiée. ✓