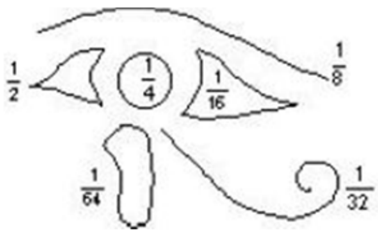
# LES FRACTIONS EGYPTIENNES

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Ajouter ou soustraire des fractions | CALCULER | ☹ | 😐 | ☺ | ☺☺ |

Une **fraction égyptienne** est une fraction dont le numérateur est égal à 1. N'importe quelle fraction peut se décomposer en une somme de fractions égyptiennes distinctes.




A propos des fractions égyptiennes, il existe un épisode sanglant de la mythologie : Au cours d'un combat Seth (Dieu de la violence) arracha un œil à son neveu Horus (Dieu à tête de faucon et à corps d'homme). Il le partagea en six morceaux et le jeta dans le Nil. Cet œil est appelé Oudjat. Les six morceaux sont la petite pyramide $\frac{1}{2}$ ; le Soleil $\frac{1}{4}$ ; la ligne de sol $\frac{1}{8}$ ; la grande pyramide $\frac{1}{16}$ ; le bloc poussé par l'égyptien $\frac{1}{64}$ et la ligne recourbée $\frac{1}{32}$. Thot (Dieu humain) reconstitua l'œil, symbole du bien contre le mal mais la somme de ces parts n'était pas égale à 1 (l'œil entier). Il accordait le soixante-quatrième manquant à tout scribe recherchant et acceptant sa protection.

1. Calculer la somme des fractions de l'œil Oudjat.

On se propose de décomposer des fractions en somme de fractions égyptiennes distinctes.

2. Vérifier et terminer les calculs suivants pour obtenir une somme de fractions égyptiennes distinctes.

$$A = \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} + \frac{1}{10} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{1}{10}$$

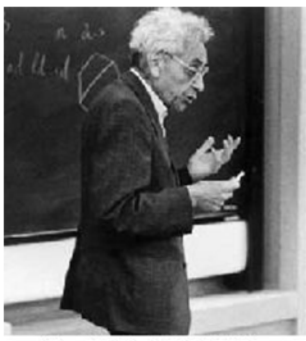
$$B = \frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14} = \frac{7}{14} + \frac{2}{14} + \frac{1}{14} = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} + \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} + \frac{1}{14} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{1}{14}$$

3. Multiplier numérateur et dénominateur par 2 puis terminer le calcul comme précédemment pour obtenir une somme de fractions égyptiennes distinctes.

$$C = \frac{4}{5} = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} + \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$D = \frac{6}{11} = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$E = \frac{5}{9} = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots \times \dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$



Pavel Erdös (1913-1996)

La conjecture des mathématiciens **Pavel ERDÖS** et **E. G. STRAUS** prétend que toute fraction de numérateur 4 peut s'écrire sous la forme d'une somme de trois fractions égyptiennes distinctes. Autrement dit, pour tout nombre entier n supérieur à 1, il existe trois entiers $a$, $b$ et $c$ distincts tels que : $\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Cette conjecture a été vérifiée pour tous les entiers inférieurs à $10^{14}$ mais reste à démontrer.

4. Parmi les décompositions calculées précédemment, laquelle vérifie la conjecture d'Erdös-Straus ?

5. Vérifier la conjecture pour $n = 17$, $a = 6$, $b = 17$ et $c = 102$.